2) Если открыть две трубы вместе, то бассейн наполнится через 3 часа 45 минут. Найдите, какую часть бассейна заполняет каждая труба в течение часа

3) Однажды открыли две трубы одновременно, но из-за ремонтных работ труба B закрывалась на одну минуту после каждых 4 минут работы. Какую часть бассейна заполнят две трубы за 5 минут? Через сколько времени заполнится бассейн?

– Последовательность b удовлетворяют рекурсивному отношению $b_n + 2b_{n+1} = 12$. Докажите, что $2(b_{n+2} - b_{n+1}) = b_n - b_{n+1}$.

Дано: $b_1 = 4$. Докажите, что все члены последовательности равны друг другу.

– Последовательность a удовлетворяет отношению

$$a_{n+2} = \frac{a_n + a_{n+1} + 12}{2}.$$

Докажите, что $2(a_{n+2} - a_{n+1}) + (a_{n+1} - a_n) = 12$.

– Дано $a_2 = -1$, $a_1 = -5$. Докажите, что последовательность a арифметическая и найдите её общий член.

– Докажите, что последовательность $c_n = 15 \cdot 2^{-a_n}$ геометрическая и сходящаяся. Найдите её сумму.

УДК 372.851

Особенность обучения школьников на занятиях элективного курса

О.Ю. Глухова
КемГУ, г. Кемерово

Элективные курсы по математике требует разработки программы на основе профильной подготовки учащихся. На основе анализа программы по математике в 8 классе физико-математического и химико-математического профиля разработана и реализуется элективный курс «Теория делимости». Занятия элективного курса проводятся в различных видах: лекция, урок решения основных задач, практикум, зачет, контрольная работа, урок – бенефис. Программа элективного курса рассчитана на 56 часов. В курсе выделены основные блоки: нестандартные задачи и методы их решения; делимость, свойства делимости и основные теоремы; признаки делимости с доказательством; деление с остатком, теорема, свойства; сравнение по модулю, свойства; наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, свойства; основная теорема арифметики; уравнения в целых числах.

Блок нестандартные задачи и методы их решения является вводным и позволяет обобщить знания и умения учащихся профильных классов мыслить нестандартно, решать задачи олимпиадного характера. К нестандартным задачам относятся задачи: арифметические, алгебраические, геометрические, задачи метода перебора, инвариант и полуинвариант, задачи метода соответствия и принципа Дирихле. В данных задачах выделяются и такие задачи, которые называются задачи – задания. Задача – задание - нестандартная задача в которой кроме текста задачи содержится специфическое задание [2, с. 4 – 7]. В олимпиадных задачах очень часто необходимо переформулировать задачу, сформулировать вспомогательную лемму. На занятиях элективного курса именно такие задачи – задания способствуют развитию у учащихся такого качества ума при котором они способны нестандартно мыслить [1, с. 44].

Рассмотрим примеры таких нестандартных задач – заданий.

Задача 1. Катя купила три упаковки конфет, а Ира – 2 таких упаковки. К ним присоединилась Наташа, и они разделили все конфеты поровну. При расчете оказалось, что Наташа должна уплатить подругам 120 рублей. Сколько денег из этой суммы должна получить Катя и сколько Ира? Сколько стоит одна упаковка конфет? Задание – решить задачу различными методами.

Решение.

Арифметический метод. Каждой девочке досталось 5/3 упаковки конфет. Наташа уплатила 120 рублей, то упаковка стоит:
120 : 5/3 = 72 (рубля). Катя уплатила за три упаковки 216 рублей, а Ира заплатила – 144 рубля. Все съели поровну, значит каждый за свою часть должен 120 рублей, следовательно, Катя должна получить сдачу 96 рублей, а Аня – 24 рубля.

Алгебраический метод. Пусть упаковка конфет стоит x рублей, тогда Катя уплатила – $3x$ рублей, Аня уплатила – $2x$ рублей, а Наташа за свою долю $5x/3$. Составим уравнение: $5x/3 =120$.

Находим стоимость одной упаковки: x = 72 рубля, каждый за свою часть должен 120 рублей, следовательно, Катя должна получить сдачу 96 рублей, а Аня – 24 рубля.

Ответ: Катя получит 96 рублей, Аня – 24 рубля, упаковка конфет стоит 72 рубля.

Задача 2. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 21 дает в остатке 9, а при делении на 17 дает в остатке 11. Задание – составить задачу аналогичную данной.

Решение.

Неизвестное число обозначим $\boldsymbol{a}$. Получим: $\boldsymbol{a} = 21x + 9$ и $\boldsymbol{a} = 17y + 11$. Уравнение в целых числах имеет вид: $21x - 17y = 2$, x, y – целые, взаимно – простые. Найдем решение вспомогательного уравнения, используя алгоритм Евклида:

$21x - 17y = 2$,

$21 = 17 \cdot 1 + 4$,

$17 = 4 \cdot 4 + 1$.

Тогда получаем: $4 = 21 \cdot 1 - 17 \cdot 1$, а $1 = 17 \cdot 1 - 4 \cdot 4$. Подставляя, получим $1 = 17 \cdot 5 - 21 \cdot 4$ или $21 \cdot (-4) - 17 \cdot (-5) = 1$, умножая на два получим одно из решений уравнения: $21 \cdot (-8) - 17 \cdot (-10) = 2$.

Множество всех целочисленных решений уравнения имеют вид: $x = -8 + 17t$, $y = -10 + 21t$, t – целое. Число $\boldsymbol{a}$ натуральное, тогда x, y – натуральные, следовательно, $t \geq \frac{9}{17}$ и $t \geq \frac{11}{21}$, наименьшее значение $t = 1$. Тогда, $x = 9$, $y = 11$, при этих наименьших натуральных значениях x и y, $\boldsymbol{a} = 198$.

Ответ: 198.

На задачах, составленных по аналогии учащимися, разработаны зачетные задания по теме «Уравнения в целых числах».

Библиографический список

1. Глухова О.Ю., Сафонова В.Ю. Нестандартные задачи по математике, приемы и методы решения. Saarbrücken, 2014. – 60 с.

2. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.

УДК 378.14

Элементы смешанного обучения в преподавании математики для студентов экономического вуза

И.В. Гутарова, Е.В. Саженкова

НГУЭУ, г. Новосибирск

В наше время математика как учебная дисциплина прочно держит свои позиции в учебных планах как технических, так и гуманитарных направлений. Однако, несмотря на то, что математические постулаты и законы остаются неизменными на протяжении многих лет, проблемы в ее преподавании, к сожалению, не исчезают.

Во-первых, уровень математической подготовки абитуриентов в настоящее время оставляет желать лучшего. Итоги ЕГЭ 2018 года выявляют ключевые проблемы: