Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 517.9:514.1:514.7

Двухточечный инвариант группы движений симплициального пространства II типа

Р.А. Богданова
Горно-Алтайский государственный университет,
г. Горно-Алтайск

В 1988 г. В.Х. Левом [1] была построена классификация трехмерных геометрий локальной максимальной подвижности, воспроизведенная в монографии [2] и дополненная В.А. Кыровым. Она содержит как хорошо известные, так и малоизвестные геометрии, одной из которых является симплициальное пространство I типа. В работе [3] для нее найдена группа движений, являющаяся результатом действия группы Ли $SL_2(R)\otimes SL_2(R)$.

Целью данной работы является нахождение полной системы невырожденных двухточечных инвариантов группы движений симплициального пространства I типа, как решение соответствующего функционального уравнения.

Трехмерные геометрии максимальной подвижности задаются на трехмерном многообразии $\mathfrak{M}_3$ гладкой невырожденной метрической функцией $f:\mathfrak{S}_f \to R$, где $\mathfrak{S}_f \subseteq \mathfrak{M}_3 \times \mathfrak{M}_3$, сопоставляющей паре точек $\langle i, j\rangle \in \mathfrak{S}_f$ число $f(i, j)\in R$. Ее локальное координатное представление имеет следующий вид:

$$f(i, j) = f(x_i, y_i, x_j, y_j, z_j). \tag{1}$$

Эта функция, в отличие от обычной метрики, удовлетворяет только естественным математическим требованиям гладкости класса C^2, невырожденности и определенности почти всюду в [2].

Определение. Гладкое локально обратимое преобразование, то есть локальный диффеоморфизм, многообразия $\mathfrak{M}_3$

$$x' = \lambda(x, y, z), \quad y' = \sigma(x, y, z), \quad z' = \tau(x, y, z), \tag{2}$$

удовлетворяющее условию

$$\frac{\partial(\lambda(x, y, z), \sigma(x, y, z), \tau(x, y, z))}{\partial(x, y, z)} \neq 0, \tag{3}$$

называется *движением*, если оно сохраняет метрическую функцию

$$f\left(\lambda(i),\sigma(i),\tau(i),\lambda(j),\sigma(j),\tau(j)\right)=f(x_i,y_i,z_i,x_j,y_j,z_j)\ , \qquad (4)$$

где, например, $\lambda(i)=\lambda(x_i,y_i,z_i)$, $\sigma(i)=\sigma(x_i,y_i,z_i)$, $\tau(i)=\tau(x_i,y_i,z_i)$.

Равенство (4) при известной группе преобразований симплициального пространства I типа есть функциональное уравнение на множество двухточечных инвариантов группы преобразований трехмерного многообразия, как функций шести переменных – координат точек i и j. Решая это уравнение, находим все возможные невырожденные двухточечные инварианты. Отметим, что автором [4, 5, 6] были разработаны методы решения функциональных уравнений на двухточечные инварианты двумерных «экзотических» геометрий максимальной подвижности и их групп движений.

Библиографический список

1. Лев В.Х. Трехмерные геометрии в теории физических // Вычислительные системы. Новосибирск: ИМ СО АН СССР. – 1988. – Вып. 125. – С. 90–103.

2. Михайличенко Г.Г. Математические основы и результаты Теории физических структур: Монография. – Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2012. – 146 с.

3. Кыров В.А., Богданова Р.А. Группы движений некоторых трехмерных геометрий максимальной подвижности // Сиб. матем. журнал. – 2018. – Т.9, № 2. – С. 412–421; Siberian Math. J. – 2018 – Vol. 59, No. 2. – Pp. 323–331.

4. Богданова Р.А. Группы движений двумерных гельмгольцевых геометрий как решение функционального уравнения // Сиб. журн. индустр. матем. – 2009. – Т. 12, № 4. – С. 12–22.

5. Богданова Р.А. Группа движений симплициальной плоскости как решение функционального уравнения // Вест. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех. – 2014. – № 4(30). – С. 5–13.

6. Богданова, Р.А. Двухточечные инварианты групп движений некоторых феноменологически симметричных двумерных геометрий // Вест. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех. – 2016. – №1(39). – С. 5–12.