

## Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии

*А.Н. Сибин, Н.Н. Сибин*

*АлтГУ, г. Барнаул*

Эрозия почв отрицательно влияет практически на все отрасли сельскохозяйственного производства. Наряду со снижением плодородия почв, уменьшением урожая культур и другими вредными воздействиями на сельскохозяйственное производство, эрозия значительно ухудшает условия функционирования сельскохозяйственных машин и агрегатов при выполнении ими технологических работ. Это проявляется в снижении производительности работы сельскохозяйственной техники на склонах, расчлененных промоинами и оврагами, в ухудшении качества полевых работ, в увеличении износа машин [1].

В данной работе рассматриваются процессы фильтрации воды в верхних слоях почвогрунтов и внутренней суффозии. Почвогрунт моделируется как трехфазная сплошная пористая среда. Поры полностью заполнены смесью воды ( $i = 1$ ) и подвижных твердых частиц ( $i = 2$ ). Доля пор в грунте ( $i = 3$ ) определяется пористостью  $\phi = (V_1 + V_2)/V$ , где  $V = V_1 + V_2 + V_3$  – общий объем грунта,  $V_1, V_2, V_3$  – соответственно объемы воды, подвижных твердых частиц и скелета грунта.

В одномерном случае система уравнений, описывающая процесс внутренней эрозии имеет вид

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (a \frac{\partial s}{\partial x} + bv + F) - s \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (K \frac{\partial p}{\partial x} + f) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{I}{\rho_3^0}. \quad (3)$$

где  $I$  – интенсивность фазового перехода (суффозионный поток);  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  – соответственно истинные скорости воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета грунта;  $\rho_1 = \phi s_1 \rho_1^0$ ,  $\rho_2 = \phi s_2 \rho_2^0$ ,  $\rho_3 = (1 - \phi) \rho_3^0$  – приведенные плотности воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета;  $s = V_1/(V_1 + V_2)$ ,  $s_2 = V_2/(V_1 + V_2)$  – концентрации воды (насыщенность) и подвижных твердых частиц в порах;  $\rho_1^0, \rho_2^0, \rho_3^0$  – истинные плотности воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета грунта.

$$k(s) = k_{01} + k_{02}, \quad K = K_0(\phi)k(s), \quad a(s, \phi) = -K_0 \frac{k_{01}k_{02}}{k} \frac{\partial p_c}{\partial s},$$

$$\bar{F} = \frac{k_{01}k_{02}K_0\bar{g}}{k}(\rho_1^0 - \rho_2^0), \quad b(s) = \frac{k_{02}}{k}, \quad p = p_2 + \int_s^1 \frac{k_{01}(\xi)}{k(\xi)} \frac{\partial p_c}{\partial \xi} d\xi,$$

где  $p$  так называемое «приведенное» давление [2].

Уравнения сохранения импульса для воды и подвижных твердых частиц грунта берем в виде [1, 2]

$$\bar{v}_i = -K_0(\phi) \frac{\bar{k}_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \bar{g}), \quad i = 1, 2.$$

Здесь  $K_0(\phi)$  – симметрический тензор фильтрации пористой среды;  $\bar{k}_{0i}$  – относительные фазовые проницаемости ( $k_{0i} = k_{0i}(s_i) \geq 0, k_{0i}|_{s_i=0} = 0, 0 \leq s_i \leq 1$ );  $\mu_i$  – коэффициенты динамической вязкости;  $\bar{g}$  – ускорение силы тяжести;  $p_1, p_2$  – соответственно давления первой и второй фаз.

Интенсивность фазового перехода задается функцией [3, 4]

$$I = \begin{cases} \lambda \rho_3^0 (1 - \phi)(1 - s) \phi (|\bar{v}_1| - |v_k|), & |\bar{v}_1| \geq |v_k|; \\ 0, & |\bar{v}_1| < |v_k|. \end{cases}$$

На поверхности грунта поддерживается слой воды глубиной  $h_{\text{воды}}$ , достаточной для возникновения суффозионного процесса. Предполагается, что на нижней границе рассматриваемой области суффозионный процесс не происходит, так как скорость воды меньше критической скорости необходимой для возникновения суффозионного процесса.

Начальные и граничные условия задачи имеют вид:

$$\begin{aligned} s(x, 0) = 1, \quad \frac{\partial s}{\partial x}(0, t) = 0, \quad s(H, t) = 1, & \quad (4) \\ \text{при } x = 0 \quad v_1 < v_k, \quad p(x, H) = 0, 01 \rho_1^0 g, & \\ \phi(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, 01; \\ 0, 3. & \end{cases} & \end{aligned}$$

$x \in [0, H]$ .

Алгоритм численного решения начально-краевой задачи следующий: используя начальное значение пористости  $\phi$  и концентрации  $s$  из условия (4) на первом шаге по времени ( $n = 0$ ) находим приведенное давление  $p_i^0$  ( $i = 0, \dots, N$ ) численно решив уравнение (2). Уравнение (3) решаем методом Рунге-Кутты второго порядка точности и находим пористость грунта  $\phi_i^1$  на первом шаге по времени, используя найденное давление  $p_i^0$ . Подставив найденные давления и пористость в коэффициенты уравнения (1) найдем концентрацию воды  $s_i^1$ . Повторяя данный алгоритм для следующего шага по времени найдем значения искомым функций на всем временном интервале [5].

В численных расчетах использовался следующий набор модельных параметров [6]:

$$\begin{aligned} \rho_1^0 &= 1000 \text{ кг/м}^3, & \rho_2^0 &= 1440 \text{ кг/м}^3, \\ B &= 0.00001 \text{ м}^2, & g &= 9.8 \text{ м/с}^2, \\ \mu_1 &= 0.001787 \text{ кг/мс}, & \mu_2 &= 0.003574 \text{ кг/мс}. \end{aligned}$$

На рисунках 1 и 2 представлены графики изменения пористости грунта и концентрации. С течением времени выделяется область, где почва размывается полностью ( $\phi = 1$ ) см. рисунок 1.

Данная модель позволит определить оптимальную интенсивность полива, при которой влияние суффозионного процесса минимально.

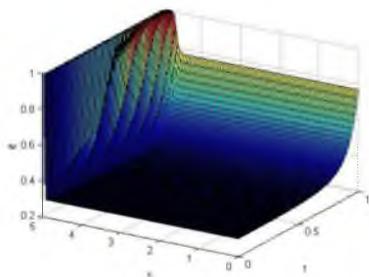


Рисунок 1 –Изменение пористости грунта

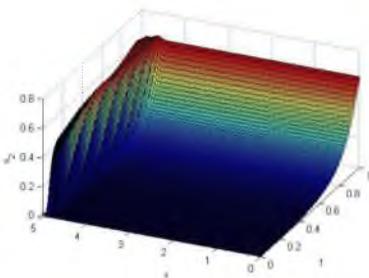


Рисунок 2 – Изменение концентрации подвижных частиц грунта в фильтрационном потоке

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-08-00291 и РФФИ №17-41-220314.*

Авторы статьи признательны А.А. Папину и С.С. Кузикову за обсуждение задачи и конструктивные замечания.

### **Библиографический список**

1. Vieira D.A.N., Dabney S.M. Modeling edge effects of tillage erosion // Soil Tillage Research. – 2011. 111(2):197–207.

2. Папин А.А., Сибин А.Н. О разрешимости первой краевой задачи для одномерных уравнений внутренней эрозии // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/2 (85). – С. 136–140.
3. Wang J., Walters D.A., Settari A., Wan R.G. Simulation of cold heavy oil production using an integrated modular approach with emphasis on foamy oil flow and sand production effects // 1st Heavy Oil Conference. – 2006.
4. Vardoulakis I., Stavropoulou M., Papanastasiou R. Hydro-Mechanical Aspects of the Sand Production Problem // Transport in Porous Media. – 1996. – V. 22. – P. 225–244.
5. Сибин А.Н., Сибин Н.Н. Численное решение одномерной задачи фильтрации с учетом суффозионных процессов // Известия АлтГУ. – 2017. №1(93). – С. 123–127.
6. Chetti A., Benamar A., Hazzab A. Modeling of Particle Migration in Porous Media: Application to Soil Suffusion // Transport in Porous Media. – 2016. – V. 113(3). – P. 591–606.

## УДК 519.6

### **О решении одномерных сеточных уравнений несжимаемой жидкости с краевыми условиями по формуле Вудса**

*Ш.А. Уальжанова, С.Ф. Аменова  
ВКГУ им.С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск*

Одно из направлений численного исследования двумерных течений несжимаемой жидкости основывается на решении уравнений Навье-Стокса, записанные в переменных «функция тока, вихрь скорости» с применением различных способов задания граничных условий для вихря скорости [1–7]. Наряду с популярной формулой Тома [1–6] для вихря скорости с успехом используется формула Вудса [14], который имеет второй порядок точности. В работе [4] исследовалась корректность разностных начально-краевых задач для уравнения Стокса при использовании для вычисления граничных условий формул первого и второго порядка аппроксимации (Тома и Вудса).

В работе [5] исследуется устойчивость неявных разностных схем для двумерных уравнений, записанные для переменных «функция тока-вихрь скорости». В настоящей исследовательской работе рассматривается одномерная разностная задача, получены оценки скорости сходимости одномерных итерационных алгоритмов, результаты которой, используются в дальнейших наших исследованиях двумерных задач для несжимаемой жидкости.