

4. Козин В. М. Резонансный метод разрушения ледяного покрова. Изобретения и эксперименты. – М.: Академия Естествознания, 2007. – С. 355.
5. Ахмерова И.Г., Папин А.А. Разрешимость в «целом» уравнений одномерного движения газожидкостного слоя // Известия Алтайского государственного университета. – 2007. – № 1. – С. 34–38.
6. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное исследование профильной задачи внутренней эрозии в межмерзлотном водоносном слое // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2014. – Вып. 1/2 (81). – С. 38–41.
7. Шишмарев К.А. Тепломассоперенос в тающем снеге // Труды молодых ученых АлтГУ. – 2011. – №8.
8. Zhestkaya V.D. Numerical solution of the problem of an ice sheet under a moving load // J App Mech Tech Phys 1999;40(4):770–75.
9. Zhestkaya V.D., Kozin V.M. Ice Breaking with Air-Cushion Vessels Using a Resonant Method. Dalnauka. – Vladivostok; 2003; 160 pp.
10. Brocklehurst P. Hydroelastic waves and their interaction with fixed structures : PhD thesis, University of East Anglia, UK; 2012.
11. Папин А.А., Токарева М.А., Шишмарев К.А. Математические вопросы динамики ледового покрова // Вестник алтайской науки. –2015. – Вып.1(23). – С. 161–171.
12. Шишмарев К.А. Математические вопросы моделирования взаимодействия ледового покрова и гидроупругих волн // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/1 (85). – С. 126–132.
13. Miloh T. Mathematical Approaches in Hydrodynamics. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1991. – 540 p.

УДК 532.546+536.415

## Моделирование протаивания в процессе дождевания

*В.В. Янцен*

*АлтГУ, г. Барнаул*

Рассматривается процесс протаивания мёрзлого насыщенного грунта представляющего собой пористую сплошную среду [1, 2], с порами заполненными льдом и скелетом состоящим из гальки и супеси. Работа посвящена исследованию протаивания мёрзлого насыщенного грунта в процессе дождевания. Данный технологический процесс широко используется в рудодобывающей промышленности. В естественных условиях влияние атмосферных осадков на промерзание и протаивание мёрзлых грунтов весьма существенна. Изучению автомодельных режимов протаивания мёрзлого грунта были посвящены работы [1], где исследованы режимы протаивания почвы, замерзания выпавшей воды а так же стационарного положения фронта.

В данной работе численно исследуется задача оценки скорости протаивания грунта в зависимости от температуры мёрзлого грунта и интенсивности дождевания в рамках автомодельной постановки, предложенной в [1].

Ключевые слова: фазовый переход, насыщенный грунт, задача Стефана, автомодельное решение.

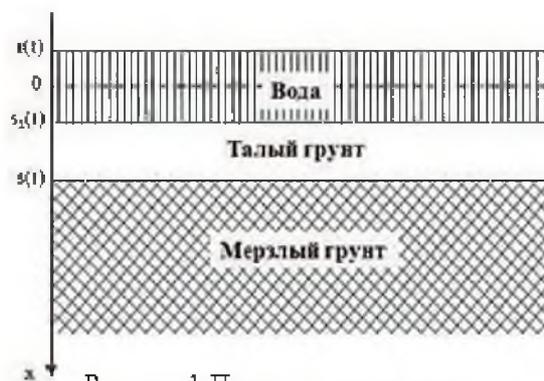


Рисунок 1-Протаивание грунта

**Автомодельный вариант задачи.** Рассмотрим процесс протаивания мерзлого грунта, при котором температура фазового перехода  $T^*$  равна постоянной величине. Будем рассматривать массу мерзлого грунта, занимающего в начальный момент область  $x \geq 0$  и находящегося при атмосферном давлении и температуре  $T = T_\infty < T^*$ , где  $T^*$  температура фазового перехода.

Будем искать распределение температуры в трех рассматриваемых областях в виде

$$T = T(\xi), \quad \xi = xt^{-1/2},$$

закон движения фронта протаивания – в виде

$$s(t) = \beta t^{1/2}.$$

Вследствии усадки граница талый грунт – дождевая вода находится в виде

$$s_1(t) = k\beta t^{1/2},$$

где  $k = \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)$  – коэффициент усадки.

Считаем также, что верхняя граница «лужи» изменяется по автомодельному закону

$$r(t) = \alpha t^{\frac{1}{2}}.$$

Имеет место следующие представления для искомых функций во всех рассматриваемых зонах, в которых участвует неизвестный заранее параметр  $\beta$  [1]:

$$\begin{aligned} \beta < \xi < \infty: \quad T &= T_\infty + (T^* - T_\infty) \frac{\int_\xi^\infty e^{-\frac{\tau^2}{4a_m^2}} d\tau}{\int_\beta^\infty e^{-\frac{\tau^2}{4a_m^2}} d\tau}, \\ k\beta < \xi < \beta: \quad T &= A_t \int_{k\beta}^\xi e^{-\frac{\tau^2}{4a_l}} d\tau + B_t, \\ \alpha < \xi < k\beta: \quad T &= A_r \int_\alpha^\xi e^{-\frac{\tau^2}{4a_r}} d\tau + T_r. \end{aligned}$$

Коэффициенты  $A_l, A_r, B_l$ , входящие в формулы для температуры в растаявшей почве и в дождевой воде, находятся из следующей системы уравнений [1]:

$$\begin{aligned} A_d \int_\alpha^{k\beta} e^{-\frac{\eta^2}{4a_r}} d\eta + T_d - B_t &= 0, \quad A_t \int_{k\beta}^\beta e^{-\frac{\eta^2}{4a_l}} d\eta + B_l = T^*, \\ \lambda_r A_r e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_r}} &= \lambda_l A_l e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_l}}. \end{aligned}$$

В частности,

$$A_l = \frac{T^* - T_r}{\left( \int_{k\beta}^\beta e^{-\frac{\tau^2}{4a_l}} d\tau + \frac{\lambda_l}{\lambda_r} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_l}} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_r}} \int_\alpha^{k\beta} e^{-\frac{\tau^2}{4a_r}} d\tau \right)}.$$

Параметр  $\beta$  находится как корень трансцендентного уравнения, являющегося следствием условия Стефана [4].

$$\lambda_m (T^* - T^\infty) \frac{e^{-\frac{\beta^2}{4a_m}}}{\int_\beta^\infty e^{-\frac{\tau^2}{4a_m}} d\tau} + \lambda_l A_l e^{-\frac{\beta^2}{4a_l}} + m q \rho_m \frac{\beta}{2} = 0, \quad (1)$$

где

$$A_l = \frac{T^* - T_r}{\int_{k\beta}^\beta e^{-\frac{\tau^2}{4a_l}} d\tau + \frac{\lambda_l}{\lambda_r} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_l}} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_r}} \int_\alpha^{k\beta} e^{-\frac{\tau^2}{4a_r}} d\tau}. \quad (2)$$

**Исследование влияния усадки на скорость движения фронта плавления.** Выясним зависимость автомодельной скорости протаивания, определяемой параметром  $\beta$  от автомодельной скорости дождя, задаваемой отрицательным параметром  $\alpha$ . Из уравнений (1), (2) следует, что  $d\beta/d\alpha > 0$ . Таким образом, скорость протаивания возрастает с уменьшением «лужи».

Для численного исследования используются значения теплофизических характеристик, приведенные в таблице:

Физические величины	Талый грунт	Мёрзлый грунт
Плотность (кг/м <sup>3</sup> )	$\rho_t = 1650$	$\rho_m = 1632$
Теплоемкость (Дж/(кг*С <sup>0</sup> ))	$c_t = 1517.1$	$c_m = 1124.5$
Удельная теплота фазового перехода (кал/г)	$\lambda_t = 79,3924104$	$\lambda_m = 79,3924104$
Коэф. теплопроводности (Вт/(м*С <sup>0</sup> ))	$k_t = 1.704$	$k_m = 2.05$
Коэф. температуропровод. (м <sup>2</sup> /с)	$a_t = 0.0008251$	$a_m = 0.0010569$

Численное исследование проведено при помощи пакета математических программ Mathcad 15 при следующих входных данных. Поры составляет 20% от объема, галька 20%, супесь 60%; температура проливаемой воды равна 10°C; температуру мёрзлого грунта  $T_{\infty} = -8^{\circ}\text{C}$ . Температура фазового перехода  $T^*$  принималась равной 0°C.

Изменение значения параметра  $\beta$ , характеризующего автомодельную скорость протаивания от абсолютной величины параметра  $\alpha$ , характеризующего автомодельную скорость дождевания, представлено на рисунке 2. Здесь по горизонтальной оси откладывается величина  $|\alpha|$ , по вертикальной – величина  $\beta$ .

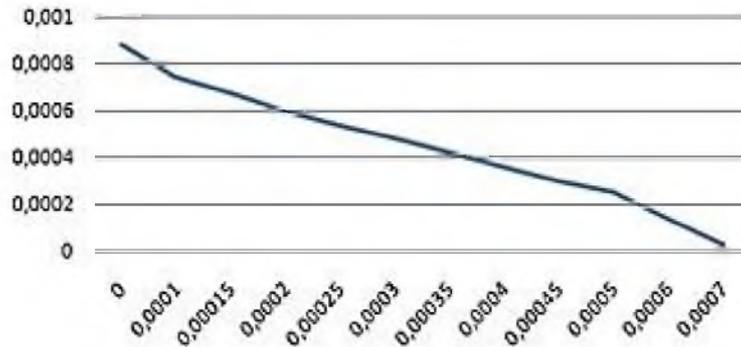


Рисунок 2 – Зависимость  $\beta$  от  $|\alpha|$

В результате численного исследования влияния  $\alpha$  на величину  $\beta$  показало, что при  $\alpha = -0,00018$  ( $\alpha$  отрицательно т.к. ось  $x$  направлена вниз) значение  $\beta = 0,000634$ . При таком значении  $\beta$  и физических данных 0,5 м. мёрзлого грунта протает за 7 дней.

Таким образом, для достижения наибольшей скорости протаивания насыщенного мерзлого грунта способом искусственного дождевания, применяемого в ряде технологических процессов, рекомендуется как можно чаще удалять оттаявший слой.

#### Библиографический список

1. Петрова А.Г., Железняк М.Н., Янцен В.В. Автомодельные режимы протаивания насыщенного мёрзлого грунта при выпадении дождя // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – № 1/1 (81). – С. 109–113.
2. Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Цыпкин Г.Г. Тепломассоперенос в промерзающих и протаивающих грунтах. – М.: Наука. Физматлит, 1996. – 224 с.
3. Авдонин Н.А. Математическое описание процессов кристаллизации. – Рига: Зинатне, 1980. – 180 с.