

Указанная зависимость динамического контактного угла от скорости движения точки контакта характеризуется увеличением значения динамического контактного угла при увеличении скорости движения точки контакта.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 15-19-20049).

#### Библиографический список

1. Gatarova E.Ya., Semenov A.A., Zaitsev D.V., Kabov O.A. Evaporation of a sessile water drop on a heated surface with controlled wettability // *Colloids and surfaces A. Physicochem. Eng. Aspects.* – 2014. – № 441. – P. 776–785.
2. Ajaev V.S., Homsy G.M. Modeling shapes and dynamics of confined bubbles // *Annu. Rev. Fluid Mech.* – 2006. – № 38. – P. 277–307.
3. Baiocchi C., Pukhnachov V.V. Problems with one-sided constraints for Navier-Stokes equations and the dynamic contact angle // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* – 1990. – № 31. – P. 185–196.
4. Kroener D. Asymptotische Entwicklungen fuer Stroemungen von Fluessigkeiten mit freiem Rand und dynamischem Kontaktwinkel // *Preprint / Univ. Bonn.* – 1986. – № 809.
5. Doerfler W., Goncharova O., Kroener D. Fluid flow with dynamic contact angle: numerical simulation // *ZAMM.* – 2002. – № 82(3). – P. 167–176.
6. Goncharova O.N., Zakurdaeva A.V. Numerical investigation of a dependence of the dynamic contact angle on the contact point velocity in a problem of the convective fluid flow // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics.* – 2016 (accepted for publication).

УКД 532.135

### К вопросу оценки числа релаксационных процессов при моделировании соотношений линейной вязкоупругости текучих полимерных сред

*Е.М. Гельфанд, О.А. Кондратьева, Н.А. Черпакова*  
АлтГТУ, г. Барнаул

Необходимость учета множественных релаксационных процессов при описании динамики растворов и расплавов полимеров является одной из актуальных проблем в реологии. Решение этой задачи для подавляющего большинства реологических моделей находят, создавая их многомодальные приближения [1–5].

Часто при этом удается разделить параметры модели, отвечающие за области линейной и нелинейной вязкоупругости. Соотношения нелинейной вязкоупругости определяют специфику реологических моделей и здесь не рассматриваются. В то же время соотношения линейной вязкоупругости, полученные в области малых градиентов скорости, приводят к одинаковым выражениям и оценка параметров реологических моделей, которых может быть достаточно много, в этом случае представляет научный интерес.

Одной из важных характеристик линейной вязкоупругости являются компоненты динамического модуля: модуль сдвига и модуль потерь, зависимости которых от частоты выглядят так:

$$G'(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega^2 \tau_{\alpha} \eta_{\alpha}}{1 + (\omega \tau_{\alpha})^2}; G''(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega \eta_{\alpha}}{1 + (\omega \tau_{\alpha})^2}.$$

Здесь  $\omega$  – частота,  $\tau_{\alpha}$  – набор времен релаксации,  $\eta_{\alpha}$  – набор сдвиговых вязкостей;  $\alpha=1,2,\dots,n$ ;  $n$  – число учитываемых релаксационных процессов.

В этом случае может быть поставлена следующая задача: подобрать значения  $\tau_{\alpha}$  и  $\eta_{\alpha}$ , так чтобы минимизировать отклонение расчетных величин от экспериментальных данных. Решение этой задачи содержит несколько этапов:

Зафиксируем набор  $\tau_{\alpha}$ .

1. Подберем  $\eta_{\alpha}^1$  – минимизируя зависимость  $G'$  от частоты  $\omega$ .
2. Подберем  $\eta_{\alpha}^2$  – минимизируя отклонения зависимости  $G''$  от частоты  $\omega$ .
3. В качестве искомого зависимости вязкости возьмем  $\eta_{\alpha} = (\eta_{\alpha}^1 + \eta_{\alpha}^2)/2$ .

Эти этапы можно легко реализовать в одной из вычислительных сред, например, в Excel или MATLAB.

Не останавливаясь на деталях вычислений, посмотрим, как влияет  $n$ -число мод на точность построенных моделей. Это связано с тем, что в литературе часто рассматривается десяти- и более модовые приближения. Так как в дальнейшем полученные модели используются для описания более сложных течений, например, течений в сходящихся каналах, расчеты которых требуют существен-

ных затрат машинного времени, то встает вопрос, не является ли такое число учитываемых мод при оценке соотношений линейной вязкоупругости чрезмерным.

Для этого построим частотные зависимости компонент динамического модуля для одного, трех и пяти модовых приближений.

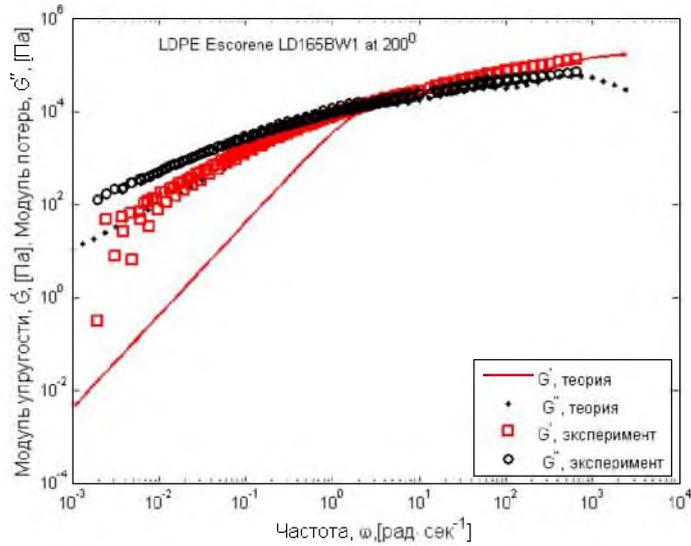


Рисунок 1 – Зависимость компонент динамического модуля от частоты для одномодового приближения

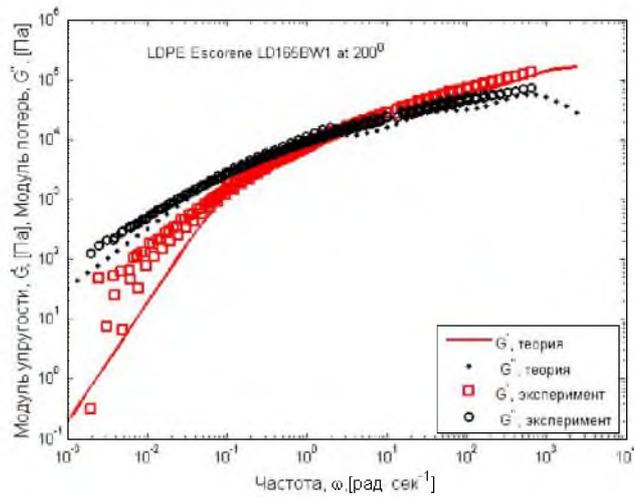


Рисунок 2 – Зависимость компонент динамического модуля от частоты для трехмодового приближения

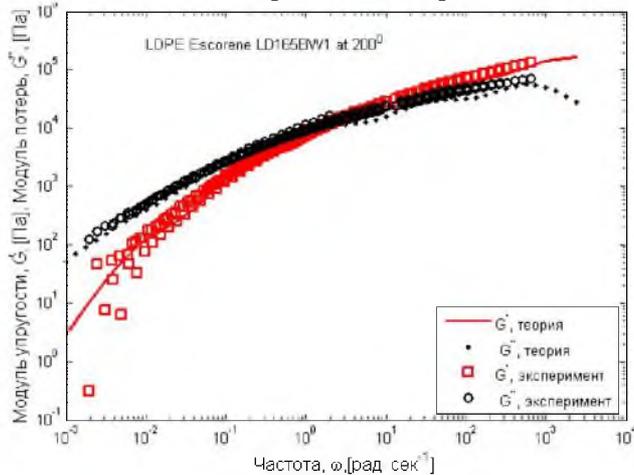


Рисунок 3 – Зависимость компонент динамического модуля от частоты для пятимодового приближения

Из расчетов видно, что приближения с одним временем релаксации можно считать удовлетворительно только в узком (один десятый порядок) диапазоне частот. В то же время приближения с тремя и пятью модами позволяют перекрывать диапазон в шесть порядков. И если для трех мод на расчетных зависимостях видны точки перегиба, то для пяти и более мод этого уже не наблюдается.

Таким образом, приведенный анализ показал, что для обеспечения необходимости точности расчетов по реологическим моделям нет необходимости учитывать большое число мод. Для инженерных расчетов достаточен учет трех или пяти релаксационных процессов.

#### Библиографический список

1. Алтухов Ю.А., Гусев А.С., Пышнограй Г. В., Кошелев К.Б. Введение в мезоскопическую теорию текучих полимерных систем: монография. – Барнаул: Изд-во АлтГПА, 2012. – 121 с.
2. Гусев А.С., Макарова М.А., Пышнограй Г.В. Мезоскопическое уравнение состояния полимерных сред и описание динамических характеристик на его основе // Инженерно-физический журнал. – 2005. – Т. 78, №5. – С. 55–61.
3. Мерзликина Д.А., Филип П., Пивоконский Р., Пышнограй Г.В. Многомодовая реологическая модель и следствия для простого сдвига и растяжения // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т. 19, №2. – С. 254-261.
4. Pivokonsky R., Zatloukal M., Filip P. On the predictive/fitting capabilities of the advanced differential constitutive equations for branched LDPE melts // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2006. – V. 135. – P. 58–67.
5. Rolón-Garrido V.H., Pivokonsky R., Filip P., Zatloukal M., Wagner M.N. Modelling elongational and shear rheology of two LDPE melts // Rheol. Acta. – 2009. – V. 48. – P. 691–697.

УДК 536.4

### Исследование конвективных течений в сферическом слое жидкости при ступенчатом нагреве внешней среды

*А.В. Закурдаева<sup>1,2</sup>, О.Н. Гончарова<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>АлтГУ, г. Барнаул; <sup>2</sup>ИТ СО РАН, г. Новосибирск

Исследование динамики и процесса переноса тепла в сферическом слое жидкости, содержащем внутри пузырек газа, связано с изучением свойств так называемых микробаллонов, составляющих основу таких материалов, как сенсibilизаторы эмульсионных взрывчатых веществ и сферопласт [1, 2]. Интерес к подобным проблемам в настоящий момент является достаточно высоким, так как успешное решение таких задач позволит специалистам прогнозировать поведение жидкостей, а соответственно, откроет возможность для улучшения характеристик конечных материалов.

Данная работа посвящена численному исследованию конвективных течений в сферическом слое вязкой несжимаемой жидкости, насыщенной газом [3–5]. Рассматривается сферически симметричная постановка, а описываемый слой, с заключенным внутри него пузырьком газа, имеет две свободные границы: внутренний радиус  $r = R_1(t)$  и внешний радиус  $r = R_2(t)$  (см. рисунок 1).

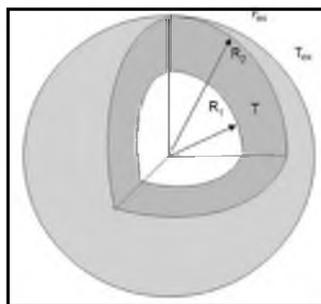


Рисунок 1 – Геометрия области течения

Математическая модель, принятая для описания процессов внутри сферического слоя и включающая в себя уравнения Навье-Стокса, переноса тепла и диффузии газа, подробно описана в [3–5] (см. также [6]). Глобальная разрешимость тепловой задачи доказана в [5].

Решение задачи о динамике жидкого слоя и процессах переноса тепла и диффузии газа в нем осуществлялось численно с использованием метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности (для расчета скорости изменения объема сферического слоя, плотности газа в пузырьке и внутреннего радиуса слоя) и конечно-разностных схем второго порядка аппроксимации (для нахождения функций температуры и концентрации). На каждом временном слое вводится новая пространственная пере-