3) если $x \notin D$, т.е. $g_j(x) > 0$, то $\psi_k^*(s) = A_k(s + |s|) > 0$, $\psi_k^*(s) \underset{k\to\infty}{\to} \infty\ (s = g_j(x))$. А значит $\psi_k(s) \underset{k\to\infty}{\to} \infty$ и $\lim\limits_{k\to\infty} \Phi_k(x) = +\infty$ при $x \in R^n \setminus D\ (x \notin D)$.

Выполнение пункта 4) при выполнении 1) – 3) и условий теоремы следует из соответствующей теоремы сходимости, представленной в [3].

Библиографический список

1. Гроссман К., Каплан А.А. Нелинейное программирование на основе безусловной минимизации. – Новосибирск: Наука, 1981.

2. Карпова И. С., Саженкова Т. В. О применении некоторых классов штрафных функций в решении нелинейных задач с ограничениями // Сборник трудов молодых учёных. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015. Вып. 12.

3. Фиакко А., Мак-Кормик А.Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации. – М.: Мир, 1972.

УДК 519.237.8

Диапазон значений коэффициента бинарной согласованности

С.А. Шепелев, С.В. Дронов
АлтГУ, г. Барнаул

В приложениях, особенно медицинских, разбиение объектов на две группы часто основано на значениях некоторой числовой переменной *U*. При этом известны нормативные границы *a,b* значений этой переменной, между которыми объект обязан относиться к одной из групп (норма), а вне этих границ к другой (патология). В этом смысле одна группа имеет «непрерывную структуру», а другая как бы состоит из двух частей.

Введем в рассмотрение две бинарных переменных *X* и *Y*. Считаем, что *Y*=1 при попадании *U* в нормативные границы. Требуется на основе изучения выборочных данных установить или опровергнуть наличие связи между *X* и *U* (или *X* и *Y*, что в нашем случае одно и то же), а также оценить силу этой связи с помощью некоторого коэффициента, который в случае отсутствия связи должен равняться 0, а в случае предельно сильной связи 1. Связи подобного рода изучались в [1–2], но там нормативные границы не фиксировались, а подбирались в процессе анализа, что для практических задач не всегда возможно.

В идеальном случае внутри нормативного отрезка все значения *X* должны быть равны единице и нулю за его пределами. Но встречается в некотором смысле обратная ситуация, в которой значения *X* равны единице чаще вне нормативного интервала и равны нулю чаще внутри него. Тогда единицу следует считать нулем и наоборот.

Имея это в виду, сделаем далее предположение, что за 1 обозначено то из двух значений *X*, которых не меньше в интервале *[a,b]*, и не больше вне него, чем других его значений.

Возможны ситуации, например, когда одно из значений *X* имеет перевес по численности как внутри, так и вне отрезка. Тогда становится неясно, какое из значений следует считать единицей. Но такая ситуация, очевидно, означает, что значениями *X* ни одна из групп не выделяется уверенно. С этой точки зрения разумным будет здесь сразу сделать вывод об отсутствии изучаемой связи. Иначе характеристикой силы изучаемой связи может служить доля единиц среди значений внутри интервала при учете доли нулей вне этого интервала.

Пусть нормативные границы *a, b* заданы и среди значений *X* выбрано то, которое примем за 1. Введём для заданной бинарной цепочки *X* число, которое назовем коэффициентом бинарной согласованности:

$$Z(X) = 2 \cdot \frac{\sum\limits_{i \notin [a,b]} (1 - x_i) + \sum\limits_{i \in [a,b]} x_i}{n} - 1\,. \qquad (1)$$

Теорема 1. Коэффициент бинарной согласованности, определяемый формулой (1), принимает значения между 0 и 1.

Далее решим задачу полного описания множества значений введенного коэффициента.

Лемма. Минимальные по величине изменения коэффициента бинарной согласованности $Z(X) \neq 0$ возникают лишь тогда, когда ровно один символ цепочки *X* меняется на противоположный.

Назовём бинарную цепочку $X^* \neq X$ соседней по ***Z(X)*** для цепочки *X*, если

$$\left|\boldsymbol{Z}(X)-\boldsymbol{Z}(X^*)\right| = \min_{X^{**}}\left|\boldsymbol{Z}(X)-\boldsymbol{Z}(X^{**})\right|.$$

Теорема 2. Для любой цепочки *X*, у которой ***Z(X)***≠0, существует цепочка X^* для которой

$$\left|\boldsymbol{Z}(X)-\boldsymbol{Z}(X^*)\right| = \frac{2}{n}.$$

Эта цепочка оказывается соседней для *X*.

Следующая теорема является основным результатом работы.

Теорема 3. Если для некоторого натурального *m* длина цепочки *n*=2*m*, то множество значений коэффициента бинарной согласованности ***Z(X)*** есть $\{2j/n,\ 0 \le j \le m\}$. Если же *n*=2*m*-1, то $\{(2j-1)/n,\ 0 \le j \le m\} \cup \{0\}$.

Библиографический список

1. Дронов С.В. Методы и задачи многомерной статистики. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 276 с.
2. Дронов С.В., Бойко И.Ю. Метод оценки степени связи бинарного и номинального показателей // Прикладная дискретная математика. – 2015. – №4 (30). – С. 109–119.

УДК 514.75

К геометрии листа мебиуса

М.А. Чешкова

АлтГУ, г. Барнаул

Впервые уравнение односторонней поверхности, открытой Мебиусом, было получено Машке [1]. Если гауссова кривизна листа Мебиуса равна нулю, то он называется плоским. Библиография работ на эту тему дана в работе [2]. К односторонним поверхностям относятся: скрещенный колпак [3, с. 304], римская поверхность [3, с. 305], поверхность Боя [3, с. 305; 4, с. 315], бутылка Клейна [3, с. 306; 4, с. 307]. В работах [4, 5] показано разрезание бутылки Клейна на два листа Мебиуса.

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим гладкую замкнутую неплоскую кривую γ без самопересечения, заданную $4\pi-$ периодической вектор-функцией $\rho = \rho(v)$, котрая не является 2π – периодической и 2π -антиперодической. Так как

$\rho = \rho(v+4\pi)$, то функция $s(v) = \frac{1}{2}(\rho(v)+\rho(v+2\pi))$, есть 2π -периодическая е равная нулю, а векторфункция

$l(v) = \frac{1}{2}(\rho(v)-\rho(v+2\pi))$ есть 2π -антиеридическая не равная нулю.

Определим поверхность M уравнением $r(u,v) = s(u)+vl(u), \qquad u = -\pi,..,\pi, v = -1,..1$.

Теорема. *Поверхность* M *есть модель листа Мебиуса, для которого кривая* $\rho = \rho(u)$ *есть край.*

Доказательство. Рассмотрим поверхность M как фактор-пространство [6, с. 75] $SM^* = [-\pi,\pi]X[-1,1]/[(-\pi,-v) \approx (\pi,v)]$.

Так как $r(-\pi,-v) = s(-\pi)-vl((-\pi)$, $s(-\pi) = s(\pi), l(-\pi) = -l(\pi)$, то имеем $r(\pi,v) = r(-\pi,-v)$.

Следовательно, поверхность M есть модель листа Мебиуса.

Следствие. Пусть не равная нулю функция $f = f(u,v)$ удовлетворяет условию $f(\pi,v) = f(-\pi,-v)$ и $r = r(u,v)$ лист Мебиуса. Тогда уравнение $r^* = f(u,v)r(u,v)$ определяет также лист Мебиуса.

Примеры. Положим

$\rho(uv) = (\sin(\frac{u}{2})+\cos(u), \cos(\frac{u}{2})+\sin(u), \cos(\frac{u}{2}))$.

Тогда $s(u) = (\cos(u), \sin(u), 0), l(u) = (\sin(\frac{u}{2}), \cos(\frac{u}{2}), \cos(\frac{u}{2}))$.

Построим листы Мебиуса.