Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 517.9:514.1:514.7

Двухточечный инвариант группы движений симплициальной плоскости

Р.А. Богданова
ГАГУ, г. Горно-Алтайск

В работе [1] для феноменологически симметричной симплициальной плоскости, т.е. геометрии максимальной подвижности [2] решением соответствующего функционального уравнения на множество движений найдена трехпараметрическая группа движений.

Целью данной работы является нахождение полной системы невырожденных двухточечных инвариантов группы движений симплициальной плоскости, как решение соответствующего функционального уравнения на множество двухточечных инвариантов групп преобразований.

Феноменологически симметричные двумерные геометрии строятся на гладком двумерном многообразии β_s [3]. Сущность феноменологической симметрии состоит в наличии связи между всеми взаимными расстояниями для некоторого конечного числа точек [4, 5]. Точки многообразия M_2 удобно, в целях сокращения записи, обозначать строчными буквами латинского алфавита: $s_0 = 0$ и т.д. Текущая точка $x = 0$ задается локальными координатами $e = tr(e_{kl})$. Основу построения двумерной геометрии составляет гладкое класса C^2 отображение
$f: S \to \mathbb{R}^n$, где $S_f \in M_2 \times M_2$, сопоставляющее паре точек g действительное число $f(i,j) \in \mathbb{R}^n$ [3], называемое метрической функцией. Ее координатное представление для двумерных геометрий имеет следующий вид:

$$f(i,j) = f(x_i, y_i, x_j, y_j). \tag{1}$$

Эта функция, в отличие от обычной метрики, удовлетворяет только естественным математическим требованиям гладкости класса C^2, невырожденности и определенности почти всюду [3].

Все основные определения и соответствующие аксиомы, относящиеся к феноменологически симметричным ранга 4 двумерным геометриям представлены в работах Г.Г. Михайличенко [3] и автора [6].

Определение. Гладкое класса C^2 локальное взаимно однозначное (обратимое) отображение

$$x' = \lambda(x,y), \quad y' = \sigma(x,y), \tag{2}$$

удовлетворяющее условию

$$\frac{\partial(\lambda(x,y), \sigma(x,y))}{\partial(x,y)} \neq 0, \tag{3}$$

называется движением, если оно сохраняет метрическую функцию

$$f\big(\lambda(i), \sigma(i), \lambda(j), \sigma(j)\big) = f(x_i, y_i, x_j, y_j), \tag{4}$$

где, например, $\lambda(i) = \lambda(x_i, y_i)$.

Равенство (4) есть также функциональное уравнение на множество двухточечных инвариантов группы преобразований двумерного многообразия, как функций четырех переменных – координат точек i и j.

Координатное представление метрической функции симплициальной плоскости имеет вид:

$$f(i,j) = (x_i - x_j)^m (y_i - y_j)^n, \tag{5}$$

где $m, n \in \mathbb{R}^n, m \neq 0, n \neq 0, m \neq n.$

Следуя работе автора [6] запишем для нее группу преобразований двумерного многообразия M_2:

$$x' = ax + c, \quad y' = by + d, \tag{6}$$

где $a^m b^n = 1$.

Функциональное уравнение (4) на множество двухточечных инвариантов группы преобразований (6) двумерного многообразия $M_2 \subset R^2$ запишется в следующем виде:

$$f(ax_i + c,\quad by_i + d,\quad ax_j + c,\quad by_j + d) = f(x_i, y_i, x_j, y_j), \tag{7}$$

решение которого сводится к последовательному дифференцированию по координатам соответствующих точек и решению системы функционально-дифференциальных соотношений.

Теорема. Каждый двухточечный инвариант трехпараметрической группы преобразований двумерного многообразия $M_2 \subset R^2$

$$x' = ax + c,\quad y' = by + d, \tag{8}$$

где $a^m b^m = 1$ $(m, n \in \mathbb{R}^n, m \neq 0, n \neq 0, m \neq n)$, совпадает с точностью до гладкого преобразования с метрической функцией симплициальной плоскости и задает на нем феноменологически симметричную ранга 4 двумерную геометрию.

В работе установлено, что каждый двухточечный инвариант группы движений симплициальной плоскости с точностью до гладкого преобразования $\psi(f) \to f$ совпадает с метрической функцией.

Библиографический список

1. Богданова Р.А. Группа движений симплициальной плоскости как решение функционального уравнения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2014. – № 4(30). – С. 5–13.
2. Михайличенко Г.Г. О групповой и феноменологической симметриях в геометрии // Докл. АН СССР. – 1983. – Т.269, № 2. – С. 284 – 288. (Michailichenko, G.G. On group and phenomenological simmetries in geometry / G.G. Michailichenko // Soviet Math. Dokl. – 1983. – V.27, №2. – P. 325–326.)
3. Михайличенко Г.Г. Двумерные геометрии. – Барнаул: Изд-во БГПУ, 2004.
4. Кулаков Ю.И. Теория физических структур. – М.: Доминико, 2004.
5. Кулаков Ю.И. Геометрия пространств постоянной кривизны как частный случай теории физических структур // Докл. АН СССР. – 1970. Т. 193, №5, С. 985–987.
6. Богданова Р.А. Группа движений симплициальной плоскости как решение функционального уравнения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2014. – №4(30). – С. 5–13.

УДК 519.23

Критические точки распределения ледж-коэффициента

И.Ю. Бойко, С.В. Дронов

АлтГУ, г. Барнаул

Имея в наличии бинарный и числовой показатели, хочется сделать вывод о наличии связи между ними, а также ее силе.

Такие связи на практике встречаются в медицине, где бинарная переменная указывает наличие или отсутствие заболевания, а числовая – медицинский показатель, например, уровень лейкоцитов в крови. То есть, пока числовая переменная находится в определенных границах *[a,b]* пациент здоров, иначе болен. Идеальная картина связи – это индикатор отрезка *[a,b]*.

Такой вид связи мы называем связь типа «ступенька». Он впервые изучался в [1–2].

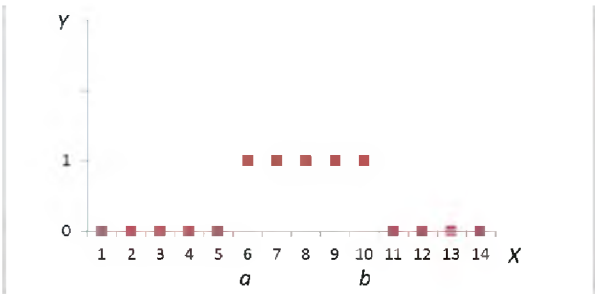

Рисунок 1 – Идеальная картина связи типа «ступенька»

Эта функция в силу своей нелинейности не выявляется при использовании классических методов (не аппроксимируется прямой линией).

В предшествующих работах [1, 3] был введен коэффициент *LE*, позволяющий численно оценить силу такого типа связи. Пусть X, Y – связанные выборки объема $n = k + m$, причем Y состоит из