

Теорема. Пусть M – максимальное квазимногообразие в решетке $L_q(qG)$. Тогда M порождается конечным множеством групп G_{f_1}, \dots, G_{f_k} , где f_1, \dots, f_k – подходящие неприводимые над полем рациональных чисел многочлены, являющиеся делителями многочлена $x^m - 1$.

Абсолютно замкнутые группы квазимногообразий, порожденных конечными группами

С.А. Шахова

АлтГУ, г. Барнаул

Согласно [1], доминионом $\text{dom}_G^{\mathcal{M}}(H)$ подгруппы H группы G в квазимногообразии групп \mathcal{M} называется множество элементов $g \in G$ таких, что для любых двух гомоморфизмов $\varphi, \psi : G \rightarrow M \in \mathcal{M}$, совпадающих на H , верно $\varphi(g) = \psi(g)$.

Из определения доминиона вытекает, что $H \subseteq \text{dom}_G^{\mathcal{M}}(H)$. Группа H называется абсолютно замкнутой в \mathcal{M} , если $H = \text{dom}_G^{\mathcal{M}}(H)$ для любой группы G из \mathcal{M} , содержащей H в качестве подгруппы. Абсолютно замкнутые группы исследовались в различных классах групп [2–4].

Рассмотрим группы из [5], имеющие в многообразии нильпотентных степени не выше двух групп представления:

$$H_{prs} = \text{gr} \left(x, y \parallel x^{p^r} = y^{p^s} = [x, y]^p = 1 \right),$$

где r, s ($r \leq s$) – натуральные, а p – простые числа.

Обозначим через L произвольное конечное множество таких групп и введем на множестве L частичный порядок, положив

$$H_{prs} \leq H_{pmn} \Leftrightarrow r \leq m, s \leq n.$$

Пусть qL – квазимногообразие, порожденное множеством групп L . Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Группы H_{prs} , минимальные в L относительно введенного порядка, абсолютно замкнуты в qL .

Теорема 2. *Конечная группа G , которая порождается любыми двумя непериодическими элементами, абсолютно замкнута в qG .*

Библиографический список

1. Isbell J.R. Epimorphisms and dominions // Proceedings of the Conference on Categorical Algebra, La Jolla, 1965. – Springer-Verlag, New York, 1966. – P. 232–246.

2. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. – Т. 47, №5. – С. 541–557.

3. Будкин А.И. Доминионы в квазимногообразиях метабелевых групп // Сибирский математический журнал. – 2010. Т. 51, №3. – С. 498–505.

4. Magidin A. Absolutely closed nil-2 groups // Algebra Universalis, 1999, 42:61-77.

5. Федоров А.Н. Квазигождества конечных 2-нильпотентных групп. – М., 1987. Деп. в ВИНТИ, № 5489 – В87.