УДК 51:33

О формировании банка задач по курсу «Высшая математика» для гуманитарных направлений

Е. А. Плотникова
НГТУ, г. Новосибирск

При обучении высшей математике студентов гуманитарных направлений приходится учитывать как соответствующий уровень начальной математической и психологической подготовленности обучаемого контингента к восприятию предмета, так и специфику последующего использования математических знаний в профессиональной деятельности [1].

Учитывая выше сказанное и не большое количество учебных часов, отведенных для изучения элементов высшей математики на гуманитарных направлениях, приходится делать основной акцент на максимально возможную доходчивость и иллюстративность материала, на наиболее быстрое введение практических приложений.

Таким образом, очень востребованным в рассматриваемом курсе, является решение задач, соответствующих указанным целям. Рассмотрим ряд задач, представленных в различных учебных пособиях по математике для экономистов, социологов, психологов.

Пределы в социально-экономических исследованиях представлены двумя следующими задачами.

Задача 1. [2] Экспериментально установлена зависимость $y=\dfrac{200}{x+2}$ между ценой x одного из товаров и спроса y на него. Исследовать поведение функции спроса при неограниченном увеличении цены.

Решение. Вычислим $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{200}{x+2}=\dfrac{200}{\infty}=0$.

Таким образом, при неограниченном росте цен спрос приближается к нулю.

Задача 2 [3]. Экономические исследования показывают, что спрос y на товары первой необходимости и спрос z на предметы роскоши зависят от дохода x следующим образом:

$$y(x) = \frac{b_1(x - a_1)}{x - c_1} \quad \text{при} \quad x > a_1,$$

$$z(x) = \frac{b_2(x - a_2)}{x - c_2} \quad \text{при} \quad x > a_2, \quad a_2 > a_1,$$

где a_1, a_2 – уровни доходов, при которых начинается приобретение тех или иных товаров. Функции $y(x), z(x)$ называются функциями Л. Торнквиста.

Установим, как меняются y и z при $x \to \infty$:

$$\lim_{x\to\infty} y(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{b_1(1 - \frac{a_1}{x})}{1 - \frac{c_1}{x}} = b_1,$$

$$\lim_{x\to\infty} z(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{b_2 x(1 - \frac{a_2}{x})}{1 - \frac{c_2}{x}} = \infty.$$

Таким образом, при неограниченном увеличении доходов спрос на товары первой необходимости растет до определенного предела, равного b_1. Миллионеры не покупают для себя хлеба больше, чем могут съесть. Поэтому число b_1 называется уровнем насыщения. Спрос же на предметы роскоши не имеет уровня насыщения.

Приведённые примеры показывают, что многие социально-экономические закономерности устанавливаются с помощью предельного перехода. Именно этим объясняется включение теории пределов в программу математики для социологов, психологов, экономистов.

Задача оптимизации налогообложения предприятий [4].

Пусть функция дохода от количества x реализованного товара выражается формулой $R(x) = 16x - x^2$, а функция затрат на производство товара – формулой $C(x) = x^2 + 1$. Определить оптимальный уровень налога с единицы реализованного товара и прибыль предприятия, которая при этом достигается.

Решение. Пусть t - налог с единицы выпускаемой продукции. Тогда общий налог с x единиц продукции составит $T = tx$. В этом случае функция прибыли будет иметь вид $P(x) = R(x) - C(x) - tx$.

Требуется определить: каким должен быть налог t, чтобы величина суммарного налога T со всей продукции была наибольшей?

Функция прибыли имеет вид $P(x) = 16x - 2x^2 - tx - 1$. Необходимое условие максимума прибыли $P'(x) = 16 - 4x - t = 0$. Отсюда получается $x = 4 - \frac{t}{4}$ с учётом пока неизвестного налога t. Подставим полученное выражение x в величину суммарного налога $T = t(4 - \frac{t}{4})$.

Найдём максимальное значение T: $T'(t) = 4 - \frac{t}{2} = 0$, $t = 8$, $T''(t) = -\frac{1}{2} < 0$. Таким образом, $T_{\max} = T(8) = 16$.

При налоге $t = 8$ максимальная величина прибыли достигается при $x = 2$ и равна $P_{\max} = P(2) = 7$.

Интересно сопоставить эти цифры с цифрами при отсутствии налогообложения. При $t = 0$ решение задачи даёт следующие результаты: $x = 4$, $P_{\max} = 31$.

Вывод: уменьшение налогообложения стимулирует рост выпуска продукции.

Использование таких примеров способствует успешному усвоению курса «Высшей математики» студентами гуманитарных направлений обучения.

Библиографический список

1. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О формировании системы задач в курсе «Высшая математика» в техническом и экономическом вузах // Ломоносовские чтения на Алтае 2011: материалы конференции. – Барнаул, 2011.

2. Ахтямов А.М. Математика для социологов и экономистов: учеб. пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

3. Кремер Н.Ш., Путков Б.А. и др. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие. – М.: ЮНИТИ, 1997. – 439 с.

4. Красс М.С. Математика для экономических специальностей : учебник. – М.: ИНФА-М, 1998. – 464 с.