перестрахования на величину современной стоимости аннуитета с учетом инфляции и среднерыночной интенсивности роста капитала. Показано, что моделирование рыночной ситуации и процесса перестрахования аннуитета позволяет найти пороговые значения одних параметров, которые обуславливают в среднем неплатежеспособность заемщиков при фиксированном значении других. Макетное моделирование в простейших случаях возможно в среде MS Excel, для многопараметрического моделирования на уровне программного продукта необходимо использование специализированных систем, например, таки AnyLogic.

Библиографический список

1. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. О влиянии модели перестрахования накопительной части пенсии на эффективность УК и НПФ // Ломоносовские чтения на Алтае : сб. научных статей международной школы-семинара, Барнаул, 5–8 ноября, 2013: в 6 ч. – 2013. – Ч. I. – С. 233–235.

2. Артамонов А.П., Дедиков С.В. Проблема страхового интереса в договорах перестрахования // Законы России: опыт, анализ, практика. – 2011. – №11. – С. 76–81.

3. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. Имитационное моделирование перестрахования накопительной части пенсии // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 11–14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 527–529.

4. Богарова Е.В., Пронь С.П. Задача оценки параметров формирования фонда КР МКЖД на специальном счете для обеспечения первоначальных затрат // Мой выбор – наука! : сборник статей по результатам региональной конференции. Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

УДК 517.938

Пути перехода к хаосу. Свойства хаотических динамик

К.В. Рощупкин
АлтГУ, Барнаул

Для определения хаотических колебаний необходимо понятие такого вида движений. Однако так как современные исследования раскрывают всё новые стороны нелинейной динамики, то определения хаоса ограничиваются некими классами математических задач. Сейчас нелинейную динамику можно поделить на несколько подвидов, в зависимости от преобладания хаотичности и способа её возникновения.

К настоящему времени известны, по крайней мере, три пути, которыми при изменении внешних управляющих характеристик нелинейная система приходит к хаосу. Любой вид хаотичности может быть реализован опытным путём. При этом поведение системы обнаруживает универсальность, сходную с универсальностью, которую можно найти в переходах между точками равновесий систем второго порядка.

Первый путь перехода к хаосу рассматривает простое разностное уравнение, используемое для описания зависимости и которое осциллирует во времени между устойчивыми величинами (неподвижными точками), значения которых рассматриваются также в качестве явных значений внешних параметров. Это продолжается до тех пор, пока число неподвижных точек не становится бесконечным, причем значение параметра, при котором временные изменения параметра становятся нерегулярными, остается конечным.

Второй подход, известный как сценарий перемежаемости, означает, что регулярный во времени сигнал прерывается статистически распределенными интервалами нерегулярного движения. При вариации внешнего управляющего параметра среднее число этих разрывов увеличивается до тех пор, пока движение не становится полностью хаотическим.

Третий путь перехода происходит тогда, когда траектории начинают прижиматься к ограниченной области фазового пространства, где первоначально близкие траектории экспоненциально разбегаются, так что движение становится хаотическим. Эти особые области фазового пространства названы странными аттракторами [1, 2].

Также у хаотичных колебаний присутствуют характерные свойства:

- Чувствительность к изменению начальных условий (часто измеряемая показателем Ляпунова и границами фрактальной области).
- Широкий спектр движения, возбуждаемого на одной частоте.
- Фрактальные свойства движения в фазовом пространстве, которые указывают на присутствие странного аттрактора.
- Растущая сложность регулярных движений по мере изменения некоторого параметра эксперимента, например удвоение периода.
- Переходные или перемежаемые хаотические движения; непериодические всплески нерегулярного движения (перемежае-

мость) или первоначально неупорядоченное движение, которое, в конце концов, релаксирует к регулярному [3].

Определение (Хаотическая динамика). Термин «хаотическая динамика» относится к динамическому поведению определенных уравнений F, которые обладают

a) для каждого $n \geq 1$ невырожденной n-периодической точкой

b) несчетным множеством $S \in I$, не содержащим периодических точек и асимптотических периодических точек. Траектории таких точек блуждают в I «случайным» образом.

Теорема. (Ли и Йорке). Пусть J — интервал, и отображение $F: J \to J$ непрерывно. Предположим, что существует точка $\alpha_1 \in J$, для которой точки $\alpha_2 = F(a_1)$, $\alpha_3 = F^2(a_1)$, и $\alpha_4 = F^3(a_1)$, удовлетворяют соотношениям

$$\alpha_4 \leq \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 \ (\text{или}\ \alpha_4 \geq \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3)$$

Тогда для каждого $k = 1,2,\ldots$ в J существует периодическая точка периода k а также существует несчетное множество $S \in J$, (не содержащее периодических точек), которое удовлетворяет следующим условиям:

для произвольных попарно неравных p, $q \in S$

$$\lim_{n\to\infty} \sup |F^n(p) - F^n(q)| > 0 \text{ и}$$

$$\lim_{n\to\infty} inf\, |F^n(p) - F^n(q)| = 0;$$

для каждой точки $p \in S$ и периодической точки $q \in J$

$$\lim_{n\to\infty} \sup |F^n(p) - F^n(q)| > 0. \qquad (1)$$

В результате заметим, что если α, независимо изменяющаяся и превышает некоторое значение, то сходимость к равновесию становится немонотонной и возникают осциллирующие колебания. Если же продолжать увеличивать значение α в дальнейшем, то возникнет значение, при котором появится цикл случайного периода k. Также существует несчетное множество начальных условий, при которых траектории хаотично движутся в определённой ограниченной области [4, 5].

Таким образом, можно утверждать, что небольшие изменения структурных параметров могут привести к качественным изменениям системы. Также на поведение нелинейно системы оказывают воздействие начальные условия. При разработке математических моделей это имеет большое значение. Качественные изменения структурных параметров и их начальные условия могут приводить к возможным погрешностям измерений из-за хаотичности. Это делает непростой задачей предсказание поведения нелинейных систем и управления ими. Даже если модель построена с учётом всех параметров, то на практике, из-за неустранимых ошибок измерений, предсказание может быть невозможно.

Траектория простого нелинейного детерминированного разностного уравнения первого порядка может быть подвержена хаотическим флуктуациям. Они могут казать случайными и ошибочно могут быть отнесены к ошибкам измерений или воздействию внешних факторов. В детерминированных линейных разностных уравнениях такие свойства не наблюдаются. Нелинейность порождает хаос. Таким образом, в контексте моделирования экономических явлений, основанных на линейных разностных уравнениях, законно будет добавление оправданных теоретически нелинейностей, которые могут объяснить экономические флуктуации в некоторых случаях успешнее, чем просто введение случайных переменных.

Библиографический список

1.Шустер (Schuster, H. G., 1984) Deterministic Chaos – An Introduction, 2nd revised ed. (VCH, Weinheim, F.R.G.) Русский перевод: Шустер X. Детерминированный хаос. Введение. – М.:Мир, 1988

2. Мун Ф. М90 Хаотические колебания: Вводный курс для научных работ¬пиков и инженеров: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 312 с., ил.ISBN 5-03-001413-6

3. Занг В.-Б. 327 Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории: пер. с англ. – М.: Мир 1999. —335 с., ил.

4. Йорке Е., Йорке А. (Yorke, E D-, Yorke, A., 1978) «Metastable Chaos Transition to Substainid Chaotic Behavior in the Lorenz Model», J. Stat. Phys. 31, 2(3-277 Русский перевод: Йорке Е., Йорке А. Метастабильный хаос: переход к устойчивому хаотическому поведению в модели Лоренца. В кн.: Странные аттракторы, сер. «Математика. Новое в зарубежной науке», вып. 22, М.:Мир, 1981.

5. Штутцер (Stutzer, M., 1980) «Chaotic Dynamics and Bifurcation in a Macro Model», J. Economic Dynamics and Control 2, 253-276.