4. Golubyatnikov V.P., Golubyatnikov I.V. On periodic trajectories in odd-dimensional gene networks models // Russian journal of numerical analysis and mathematical modeling. – 2011. V. 28, №4. – P. 397–412.

5. Murray J.D. Mathematical biology. I. An introduction. 2002. NY: Springer-Verlag.

УДК 536.25

Моделирование стационарных двухслойных течений жидкости и газа с испарением на границе раздела

О.Н. Гончарова, Е.В. Резанова

АлтГУ, г. Барнаул

Конвективные течения жидкости и газа часто сопровождаются тепло- и массопереносом через термокапиллярную границу раздела. Изучению подобных процессов посвящено большое количество работ (см. [1-3] и цитированную там литературу).

В данной работе исследуются стационарные двухслойные течения в горизонтальном канале с твердыми непроницаемыми стенками. Система «жидкость–газ» находится под действием продольных градиентов температуры и поперечного поля силы тяжести. В верхнем газопаровом слое принимается во внимание действие эффектов Соре (термодиффузии) и Дюфура (диффузионной теплопроводности) [4-7]. Математическое моделирование течений жидкости проводится на основе системы уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска [4]. Для описания процессов в верхнем слое система уравнений должна быть дополнена уравнением диффузии. Функции скорости, распределения температуры в канале и давления, а также концентрации пара в газовом слое строятся на основе точных решений типа Бириха [8] и имеют следующий вид [2, 9, 10]:

$$u_i = \frac{y^4}{24}L_4^i + \frac{y^3}{6}L_3^i + \frac{y^2}{2}c_1^i + yc_2^i + c_3^i,$$

$$T_i = \left(a_1^i + a_2^i y\right)x + \frac{y^7}{1008}N_7^i + \frac{y^6}{720}N_6^i + \frac{y^5}{120}N_5^i + \frac{y^4}{24}N_4^i + \frac{y^3}{6}N_3^i + \frac{y^2}{2}N_2^i + yc_4^i + c_5^i,$$

$$C = \left(b_1 + b_2 y\right)x + \frac{y^7}{1008}S_7 + \frac{y^6}{720}S_6 + \frac{y^5}{120}S_5 + \frac{y^4}{24}S_4 + \frac{y^3}{6}S_3 + \frac{y^2}{2}S_2 + yc_6^2 + c_7^2,$$

$$p_i' = \left[\frac{y^2}{2}d_3^i + yd_2^i + d_1^i\right]x +$$

$$\frac{y^8}{8}K_8^i + \frac{y^7}{7}K_7^i + \frac{y^6}{6}K_6^i + \frac{y^5}{5}K_5^i + \frac{y^4}{4}K_4^i + \frac{y^3}{3}K_3^i + \frac{y^2}{2}K_2^i + yK_1^i + c_8^i.$$

Здесь u_i – продольная скорость, p'_i – модифицированное давление (отклонение давления p от гидростатического, $p' = p - \rho\mathbf{g}\cdot\mathbf{x}$, $\mathbf{x} = (x, y)$), T_i – температура, C – концентрация пара. Индекс i = 1, 2 отвечает за описания течения в слое, заполненном либо жидкостью (i = 1), либо смесью газа и пара (i = 2). Коэффициенты $L_j^i, N_m^i, S_m^i, K_n^i$ (i = 1, 2, j = 1, 2, m = 2, 7, n = 1, 8) выражаются через физические параметры задачи и коэффициенты a_j^i, b_i, (i, j = 1, 2); c_j^i (i=1, 2; j=1, 8) являются константами интегрирования и вычисляются с помощью граничных условий.

Считается, что на твердых границах канала выполняются условия прилипания для скорости, и задано линейное распределение температуры. Концентрация пара на верхней твердой границе удовлетворяет одному из условий: условию полного поглощения пара или условию отсутствия потока пара. Расход газа в верхнем слое системы полагается заданным. На термокапиллярной границе раздела, остающейся недеформированной, выполнены кинематическое и динамические условия, условие переноса тепла через границу раздела, и условие баланса массы. Концентрация насыщенного пара определяется с помощью соотношения, используемого в данной постановке в линеаризованной форме и являющегося следствием уравнения Клапейрона-Клаузиуса [2, 9]. Заметим, что выбор условия для концентрации пара на верхней границе канала, а также учет эффекта Соре оказывают влияние на вид искомых функций и интенсивность испарения на границе раздела сред.

Представлены профили скорости и температуры для системы «жидкость – газ» типа «HFE-7100 – азот» с учетом и без учета эффекта термодиффузии. Исследовано влияние величины расхода газа и продольных градиентов температуры на структуру течения, распределение температуры и интенсивность испарения жидкости. Проведено сравнение полученных в ходе аналитических вычислений результатов с экспериментальными данными [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00163).

Библиографический список

1. Гончарова О.Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе // Известия АлтГУ. – 2012. – № 73 (1/2). – С. 12-18.

2. Goncharova O.N, Hennenberg M., Rezanova E.V., Kabov O.A. Modeling of the convective fluid flows with evaporation in the two-layer systems. // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. – 2013. – Vol. 1. – P. 317-338.

3. Lyulin Yu.V., Kabov O.A. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2014. – N. 70. – P. 599-609.

4. Андреев В.К., Гапоненко Ю.А., Гончарова О.Н., Пухначев В.В. // Современные математические модели конвекции. – М.: Наука. – 2008. – 368 с.

5. Гроот С.Р. Термодинамика необратимых процессов // М.: Гос. изд. технико-теоретической литературы. – 1956. – 281 с.

6. Гебхард Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Самакия Б. Свободно-конвективные течения. Тепло- и массообмен. Книга 1 // М.: Мир. – 1991. – 678 с.

7. Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика // М.: Мир. – 1964. – 456 с.

8. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // Прикладная механика и техническая физика. – 1966. – № 3. – С. 69-72.

9. Гончарова О.Н., Резанова Е.В. Пример точного решения стационарной задачи о двухслойных течениях при наличии испарения на границе раздела // ПМТФ. – 2014. – № 2. – С. 68-79.

10. Резанова Е.В. Математическое моделирование двухслойных течений с учетом эффектов Соре и Дюфура. // Известия АлтГУ. – 2014. – № 1/2(81). – С. 57-61.