2. Холл М. Теория групп. – М. : Иностранная литература, 1962.

О бесконечно базируемых векторных пространствах небольших размерностей

И.М. Исаев, А.В. Кислицин
АлтГПА, г. Барнаул.

Пусть F – некоторое поле, $\vec{R}$ – векторное пространство над полем F, являющееся подпространством (не обязательно подалгеброй) некоторой F-алгебры R. Полином $f(x_1, x_2, ..., x_n) \in F[x_1, x_2, ..., x_n]$ назовем тождеством векторного пространства $\vec{R}$, если в алгебре R $f(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$ при всех $x_1, x_2, ..., x_n \in \vec{R}$ и тождеством алгебры R, если $f(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$ для всех $x_1, x_2, ..., x_n \in R$. Скажем, что R – конечно базируемая алгебра (КБ-алгебра), если все тождества R следуют из конечной совокупности тождеств R. В противном случае будем говорить, что R – не конечно базируемая алгебра (НКБ-алгебра). Аналогичную терминологию будем применять к векторным пространствам.

В работах [1, 2, 3] был приведен пример четырехмерного НКБ-пространства. Помимо этого было построено конечное бесконечно базируемое векторное пространство. В [4] доказано, что трехмерное векторное пространство треугольных матриц не имеет конечного базиса тождеств.

Позже авторами настоящей работы было доказано, что двумерное векторное пространство $A = < e_{11} + e_{12}, e_{22} >_F$ над полем нулевой характеристики бесконечно базируемо. Вместе с работой [5] это дает пример неассоциативной четырехмерной НКБ-алгебры (ранее в [6] был указан пример неассоциативной пятимерной НКБ-алгебры). Поскольку тождества любого одномерного векторного пространства задаются конечным набором тождеств, построенное НКБ-пространство имеет минимальную размерность.

Исследование конечной базируемости тождеств пространства A в случае $F = GF(2)$ привело к следующему результату.

Теорема. Векторное пространство

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \beta \end{pmatrix} \mid \alpha, \beta \in GF(2) \right\}$$

является НКБ-пространством с базисом тождеств

$$\{x+x^3,\ [x,y][u,v],\ [x,y](z+z^2),\ (x+x^2)[y,z],\ (x+x^2)(y+y^2),$$
$$[x,y]z+[y,z]x+[z,x]y,\ [x,y]z_1z_2...z_k[u,v]\mid k=1,2,...\}.$$

Замечание. Векторное пространство A служит примером четырехэлементного бесконечно базируемого пространства.

Библиографический список

1. Исаев И.М., Кислицин А.В. О тождествах пространств линейных преобразований // Мальцевские чтения: тезисы докладов международной конференции по алгебре. 2010. Режим доступа: http://www.math.nsc.ru/conference/malmeet/10/abstracts.pdf.
2. Кислицин А.В. О тождествах пространств линейных преобразований над бесконечным полем // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2010. – № 1/2(65).
3. Исаев И.М., Кислицин А.В. О бесконечно базируемых векторных пространствах // МАК-2010: материалы тринадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2010.
4. Исаев И.М., Кислицин А.В. Базис тождеств пространства верхних треугольных матриц второго порядка // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник научных статей межрегиональной школы-семинара. 1 ч. – Барнаул: АлтГПА, 2010.
5. Львов И.В. Конечномерные алгебры с бесконечными базисами тождеств // Сибирский математический журнал. – 1978. – Т. XIX, № 1.
6. Мальцев Ю.Н., Парфенов В.А. Пример неассоциативной алгебры, не допускающей конечного базиса тождеств // Сибирский математический журнал. – 1977. – Т. XVIII, № 6.

Массовые алгоритмические проблемы, порождаемые техническими параметрами машин Тьюринга

В.Р. Карымов

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается семейство функций, связанных с вычислениями и оракулами. В качестве примера берётся проблема остановки машины о которой известно, что она не является разрешимой по кодам машин (с оракулами или без оракулов).

Массовая алгоритмическая проблема, связанная с этими машинами описывается следующим образом: вводятся технические характеристики

1) количество команд в программе;