

Модификация модели «государство и предприниматели»**В.В. Денисенко**АлтГУ, г. Барнаул*

Представляет интерес построения простых математических моделей для исследования закономерностей взаимодействия субъектов рынка с государством. Данным исследованиям посвящен ряд работ [1–3], в которых рассмотрены такие актуальные вопросы, как уход от налогов, оценки теневой экономики. Указанные исследования могут быть положены в основу планирования более детальных научных разработок, имеющих теоретическую значимость и практическую направленность.

В данной работе, с указанных позиций, рассматривается модификация базовой модели [4] в системе «государство и предприниматели», взаимодействие которых учитываются через налоговые отчисления. При этом рассматриваются такие факторы как эффект налогового бремени, возможность ухода от уплаты налогов и условия, при которых указанные факторы усиливаются или ослабляются, описываемые моделью поведения налогоплательщика [5]. Модель взаимодействия в «системе государство и предприниматели» исследуется в рамках теории иерархических игр [6], а также в ситуациях равновесия по Штакельбергу.

Модификацию модели в системе «государство и предприниматели» можно записать следующим образом:

$$U_G(t, \gamma, D) = t(1-\gamma)D + (1+f)t\gamma Dp \rightarrow \max_{t \in [0,1]}, \quad (1)$$

$$U_\Pi(t, \gamma, D) = D \left(1 - t - \gamma \begin{bmatrix} t(1-p(1+f)) - \\ -k - (1-\mu)(1-p) \end{bmatrix} \right) - \phi(D) \rightarrow \max_{D \in [0,100]}, \quad (2)$$

где D – доход предпринимателя, определяемый как стоимость произведенных товаров и услуг за вычетом сопутствующих затрат ($D=100$ – предпринимательский потенциал); t – ставка налога (доли единицы); U_G – функция полезности государства; U_Π – функция полезности

* Работа выполнена при поддержке ведомственно-аналитической программы «Развитие научного потенциала Высшей школы 2009-2010» №2.2.2.4/4278.

предпринимателей; $\varphi(D)$ – потери предпринимателя; γ – часть скрываемого дохода (доли единицы); p – вероятность обнаружения факта уклонения (доли единицы); k – расходы на уклонение от уплаты налогов (комиссионные посредникам и транзакционные издержки, выражаемые в долях единицы); f – ставка штрафа (доли единицы); μ – моральная ценность денег, скрываемых от налогообложения, в долях единицы (при $\mu = 0$ ценность теневых денег равна нулю, при $\mu = 1$ моральный запрет на уклонение от налогов отсутствует).

$$\varphi(D) = \delta \left| \ln \left(1 - \frac{D}{100} \right) \right|, \quad (3)$$

где $\delta > 0$ – уровень нереализованной активности предпринимателей, вызванный несовершенством системы поддержки предпринимателей, неопределенностями и рисками предпринимательства в рассматриваемой стране.

Поскольку вероятность обнаружения зависит от уровня скрываемых доходов, предположим, что p завит от γ и имеет вид

$$p = h \frac{\gamma^\alpha}{(1+k)} n, \quad (4)$$

где h – влияние теневых потоков на изменение вероятности p (понижение вероятности с помощью коррупционных механизмов или её повышение по причине заметности сокрытия значительной части дохода от налогообложения); n – эффективность работы налоговой службы (доли единицы). Если правая часть (4) больше единицы, будем считать, что $p=1$.

Решение рассматриваемой модели получается в стратегиях Γ_1 или равновесии по Штакельбергу, исходя их соображений, что государство является доминирующим игроком и знает реакцию предпринимателей на сообщаемые их решения.

$$U_\Gamma \left(t, \gamma^*, D^\wedge \right) = t \left(1 - \gamma^* \right) D^\wedge + (1+f) t \gamma^* D^\wedge p^* \rightarrow \max_{t \in [0, 1]}, \quad (5)$$

$$\text{где } \gamma^* = \left(\frac{(1+k) \left[(t-k) - (1-\mu) \right]}{(\alpha+1)n \left[t(1+f) - (1-\mu) \right]} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \quad p^* = \min \left\{ h \frac{\gamma^{*\alpha}}{(1+k)}, n, 1 \right\},$$

$$D^{\wedge} = 100 - \frac{\delta}{1-t+\gamma^* \left[t \left(1-p^* (1+f) \right) - k \right]}.$$

Стратегия, принимаемая государством, выражается в выборе t^* , при котором полезность государства максимальна. Предприниматели выбирают стратегии, исходя из уровня налогов t^* , заданного государством:

$$U_{\Pi} \left(t^*, \gamma, D \right) = D \left[1-t^* - \gamma \left[t^* \left(1-p \left(1+f \right) \right) - k - (1-\mu) \left(1-p \right) \right] \right] - \varphi(D) \rightarrow \max_{D \in [0,100]} .(6)$$

В рассмотренной модели учитывается такой фактор, как уровень правовой культуры налогоплательщиков (выраженный в параметре μ), оказывающий существенное влияние в некоторых странах (например, в Норвегии низкий уровень уклонения от налогов при высоких налогах). Таким образом, для повышения налоговых поступлений и снижения уровня уклонения от налогообложения, помимо общепринятых рекомендаций (снижений налоговой ставки, ужесточение контроля и т.д.), необходимы меры, направленные на повышение уровня правовой культуры налогоплательщиков.

Библиографический список

1. Вишневский, В. Уклонение от уплаты налогов и рациональный выбор налогоплательщика / В. Вишневский, А. Веткин // Вопросы экономики. – 2004. – №2. – С. 96–108.
2. Мовшович, С.М. Игровая модель выбора стратегии налоговой инспекции / С.М. Мовшович // Экономика и математические методы. – 2003. – Т. 39, №2. – С. 188–200.
3. Цуриков, В.И. Модель рационального поведения налогоплательщика / В. И. Цуриков // Экономика и математические методы. – 2007. – Т. 43, №2. – С. 3–11.
4. Оскорбин, Н.М. Исследование систем управления. Конспект лекций. – Баранул : Изд-во Алт. ун-та, 2008. – 20 с.

5. Денисенко, В.В. Модель поведения налогоплательщика с учетом уровня правовой культуры / В. В. Денисенко // Известия АлтГУ. – 2009. – №1. – С. 141–142.

6. Петросян, Л.А. Теория игр / Л.А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е.А. Семина. – М. : Высш. шк., 1998. – 304 с.

Об обобщении понятия Н-матрицы для комплексных интервалов

В.С. Дронов

АлтГУ, г. Барнаул

Методы решения систем линейных интервальных уравнений достаточно хорошо разработаны, но в комплексном случае не существует даже единого подхода к определению интервала – так, в различных задачах под комплексным интервалом может пониматься как прямоугольная область комплексной плоскости (два интервальных параметра), так и круговая (один интервальный параметр), либо круговой сектор/фрагмент кольца на комплексной плоскости (один или два интервальных параметра в полярной форме). Перенос на комплексный случай затруднен свойствами операций в данном случае – так, пересечение круговых комплексных интервалов не является кругом, для прямоугольных областей теряется ассоциативность умножения и так далее.

Одним из классов матриц, свойства которых хорошо исследованы для действительного случая является класс так называемых Н-матриц. В частности, интервальный метод Гаусса-Зейделя работает на классе Н-матриц, причем существует оценка на ширину бруса-результата.

Утверждение 1. Свойства операций над секторными и прямоугольными интервалами не допускают переноса метода Гаусса-Зейделя на комплексный случай.

Утверждение 2. Аналог понятия Н-матрицы может быть построен для случая круговых комплексных интервалов. Если определить Н-матрицу по аналогии с признаком Риса-Бека для действительного случая, как матрицу для которой $\rho(<mid A >^{-1} rad A) < 1$, то полученный класс матриц будет обладать теми же свойствами, что и действительные Н-матрицы.

Для комплексного аналога метода Гаусса-Зейделя может быть получена оценка на точность результата:

Теорема: Если A – Н-матрица, b – вектор свободных коэффициентов, то для x -результата итераций метода Гаусса-Зейделя выполняется условие: $|x| \leq < A >^{-1} |b|$.