АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

О доминионах в квазимногообразиях универсальных алгебр

А.И. Будкин
АлтГУ, г. Барнаул

Понятие доминиона было введено в [1] для изучения эпиморфизмов. Согласно [1], доминионом подалгебры H универсальной алгебры A в полной категории M, обозначаемым $dom_A^M(H)$, называется множество всех элементов a из A таких, что $f(a) = g(a)$ для любых двух морфизмов f, g из A в каждую алгебру B из M, совпадающих на H. Оказалось, что отображение h из B в A $(A, B$ из $M)$ является эпиморфизмом в M тогда и только тогда, $dom_A^M(h(B)) = A$. Этот факт послужил началом исследования доминионов. Далее, понятие доминиона изучалось во многих классах алгебр. В частности, была установлена тесная связь между доминионами и амальгамами. За подробностями мы отсылаем читателя к обзорной статье [2].

Целесообразность изучения доминионов в квазимногообразиях универсальных алгебр обосновывается в тем, что среди аксиоматизируемых классов только квазимногообразия обладают полной теорией определяющих соотношений, позволяющей определить свободное произведение с объединенной подалгеброй.

В неклассической логике активно развивается исследование проективных свойств Бета. Оказалось, что эти свойства связаны с определенными свойствами многообразий универсальных алгебр (такими, как амальгамируемость, сюръективность гомоморфизмов и другими). В данной работе устанавливается связь между доминионами и проективными свойствами. Мы вводим проективные свойства PBP(Delta), PBPn(Delta), аналогичные соответствующим проективным свойствам Бета, затем определяем понятие абсолютно H-замкнутой и H_n-замкнутой в данном классе универсальной алгебры. Доказываем, что квазимногообразие M обладает свойством PBP(Delta) (PBPn(Delta)) тогда и только тогда, когда универсальная алгебра <X;Delta>, заданная в M множеством определяющих соотношений Delta, является абсолютно H-замкнутой (H_n-замкнутой, соответственно) в M. В данной работе найден метод сведения изучения абсолютно замкнутых в данном квазимногообразии универсальных алгебр к исследованию H_n-замкнутых универсальных алгебр.

Литература

1. Isbell J.R. Epimorphisms and dominions, In Proc. of the Conference on Categorical Algebra, La Jolla 1965, (Lange and Springer, New York 1966.

2. Higgins P.M. Epimorphisms and amalgams, Colloq. Math. 56, №1 (1988), 1-17.

Конформные когомологии Хохшильда и расширения ассоциативных конформных алгебр

И.А. Долгунцева
НГУ, г. Новосибирск

Понятие конформной алгебры было введено в работе [1] для формализации свойств алгебраических структур (вертексных алгебр: см. также [2]), возникающих в математической физике. Именно, свойства коэффициентов сингулярной части расширенного операторного произведения (operator product expansion, OPE) можно рассматривать как систему аксиом некоторой алгебраической системы, которая называется конформной алгеброй. Аналогичные структуры возникают при рассмотрении алгебр дифференциальных операторов, комодульных алгебр, дифференциальных алгебр и формального вариационного исчисления в теории нелинейных эволюционных уравнений (см. [3]).

Определение [2]. Алгебраическая система

$$\left\langle C; D\in End_k C; (\cdot_{(n)}\cdot)\in Hom_k\left(C\otimes C\to C\right), n\in \mathbf{Z}_{\geq 0}\right\rangle$$

называется *конформной алгеброй*, если выполняются следующие аксиомы:

C1. $\forall a,b\in C\ \ a_{(n)}b=0$ для достаточной больших $n\geq 0$,

C2. $a_{(n)}Db = D\left(a_{(n)}b\right)+na_{(n-1)}b$,

C3. $Da_{(n)}b=-na_{(n-1)}b$.

Конформная алгебра C называется *конечной* (или *конечного типа*), если она конечно порождена как модуль над $k[D]$.