

Разрешимость обратной задачи для параболического уравнения с неизвестным коэффициентом

О.В. Ефременкова

Рубцовский индустриальный институт АлтГТУ

Пусть D - интервал $(0, 1)$ оси Ox , Q - прямоугольник $\{(x, t): x \in D, t \in (0, T), 0 < T < +\infty\}$. Далее, пусть $h_0(x, t), h_1(x, t), \dots, h_m(x, t), f(x, t), u_0(x), \mu_1(t), \dots, \mu_m(t)$ - функции, заданные при $x \in D, t \in [0, T]$. Наконец, пусть x_1, x_2, \dots, x_m - точки D такие, что $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_m < 1$.

Обратная задача. Найти функции $u(x, t), q_1(t), \dots, q_m(t)$, связанные в прямоугольнике Q уравнением

$$u_t - u_{xx} + [h_0(x, t) + q_1(t)h_1(x, t) + q_m(t)h_m(x, t)] u = f(x, t), \quad (1)$$

при выполнении для функций условий

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad 0 < t < T, \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in D, \quad (3)$$

$$u(x_k, t) = \mu_k(t), \quad k = 1, \dots, m, \quad 0 < t < T. \quad (4)$$

В обратной задаче (1)–(4) условия (2)–(3) – условия обычной начально-краевой задачи для параболического уравнения, условия же (4) – условия переопределения, обусловленные наличием дополнительных неизвестных функций $q_1(t), \dots, q_m(t)$. Подобные задачи ранее решались лишь в случае $m=1$ [1, 2].

Литература

1. Ivanchov M. Inverse problems for equations of parabolic type. VNTL Publ. 2003.
2. Lamos H. Inverse problem of determining the coefficient depend times for heat equation // Тихонов и современная математика. Обратные и некорректно поставленные задачи. – М., 2006.
3. Кожанов А. И. Нелинейные нагруженные уравнения и обратные задачи // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 2004. – №4. – Т. 44. – С. 722–744.
4. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высшая школа, 1995.
5. Дженалиев М.Т. К теории линейных краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений. – Алматы: Ин-т теоретической и прикладной математики, 1995.
6. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. – М.: Наука, 1973.

7. Ладыженская О.А. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. – М.: Наука, 1973.

О разрешимости линейной обратной задачи для одного класса параболических уравнений четвертого порядка

Г.А. Кириллова

Рубцовский индустриальный институт АлтГТУ

Пусть $Q = \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t < T < +\infty\}$ – прямоугольник. В прямоугольнике Q рассмотрим уравнение с неизвестной правой частью

$$u_t(x, t) + u_{xxxx}(x, t) + \gamma u(x, t) = F(x, t), \quad (1)$$

где γ – заданное положительное число, и краевую задачу для него: найти решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям:

$$\begin{aligned} u(0, t) = u_x(0, t) = u(1, t) = u_x(1, t) = 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad 0 < x < 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Зададим информацию о структуре функции $F(x, t)$. Будем считать, что выполняется условие

$$F(x, t) = h(x, t)q(x) + f(x, t). \quad (3)$$

В качестве дополнительного условия переопределения выбираем следующее:

$$\int_0^T \alpha(t)u(x, t) dt = 0, \quad 0 < x < 1. \quad (4)$$

В результате приходим к обратной задаче: найти функции $u(x, t)$ и $q(x)$, связанные в Q уравнением (1), при выполнении условий (2)-(4).

Литература

1. Прилепко А.И., Костин А.Б. Об обратных задачах определения коэффициента в параболическом уравнении // Сиб. мат. журн. – 1992. – Т. 33. – №3. – С. 144–155.
2. Prilepko A.I., Orlovskij D.C., Vasin I.A. Inverse problems in mathematical physics. Proceedings of the international conference. – Moscow. 1991. Utrecht: VSP. – P. 390–407.